UNIVERSITE de PARIS DAUPHINE
Département MIDO - DEMI2E 1
Année 2012-2013

Macroéconomie-Examen de TD
Responsable du cours : Martine Carre-Tallon
Durée : 1h

"Aucun document autorisé"

1 Modèle de Solow avec Progrès Technique [3 points]

On se situe dans une économie dans laquelle la population croit au taux n, l'efficience du facteur travail croit au taux g et on note δ le taux de dépréciation du stock de capital. Cette économie est dotée d'une technologie décrite par la fonction de production Cobb-Douglas suivante :

$$Y_t = K_t^{0.5}(E_t L_t)^{0.5}$$

1. Déterminer les rendements d'échelle de cette fonction de production. [0.5 points]
2. Déterminer la nature du progrès technique décrit dans cette économie. [0.5 points]
3. Exprimer l'état stationnaire de cette économie en unité de travail efficace. Un grand soin devra être apporté à la démonstration [2 point]

2 Les faits stylisés de Kaldor [5 points]

A l'aide de la fonction de production décrite dans l'exercice précédent, démontrer les six faits stylisés de Kaldor lorsque le modèle de Solow prend en compte la croissance démographique et le progrès technique.

1. Le revenu par tête augmente de façon continue. [0.5 points]
2. Le capital par tête augmente de façon continue. [0.5 points]
3. Le taux de rendement du capital est constant sur longue période. [1 point]
4. Le rapport $\frac{K}{L}$ est constant. [1 point]
5. Les parts du travail et du capital dans le revenu national sont constantes. [1 point]
6. Les taux de croissance de la productivité du travail diffèrent entre les pays. [1 point]

3 Question sur le progrès technique [2 points]

1. Quels sont les effets du progrès technique sur l'emploi ? [2 points]

II- Correction

Modèle de Solow avec Progrès technique

1. Les rendements d'échelle sont constants comme le prouve la démonstration suivante :

$$
\begin{aligned}
&F(K_t, E_tL_t) = (K_t)^{0.5}(E_tL_t)^{0.5}\\
&F(\lambda K_t, \lambda E_tL_t) = (\lambda K_t)^{0.5}(\lambda E_tL_t)^{0.5}\\
&F(\lambda K_t, \lambda E_tL_t) = \lambda^{0.5+0.5}(K_t)^{0.5}(E_tL_t)^{0.5}\\
&F(\lambda K_t, \lambda E_tL_t) = \lambda F(K_t, E_tL_t)
\end{aligned}
$$

2. Il s'agit d'un progrès technique neutre au sens de Harrod. Ce progrès technique conduit à améliorer l'efficience du travail. E_tL_t represente le travail efficace. Ce progrès technique permet pour une quantité de capital donnée de produire la même quantité de bien avec de moins en moins de travail. L'effet de ce progrès technique dépend de la combinaison productive d'un pays. L'effet de E_t sera d'autant plus important dans une économie intensive en facteur travail. Certains facteurs peuvent augmenter la valeur de E, comme la santé, l'éducation ou les connaissances.
3. Soit une fonction de production à rendement d'échelle constant, avec progrès technique neutre au sens de Harrod.

$$F(K_t, E_tL_t) = K^{0.5}(EL)^{0.5}$$

Nous savons qu'à l'état stationnaire $g_{\tilde{k}} = 0$, nous pouvons donc décomposer $g_{\tilde{k}}$ de la manière suivante :

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{g}_{\tilde{\mathrm{k}}} \cong \ln \tilde{k}_{t+1} - \ln \tilde{k}_t \cong \ln\left(\frac{K_{t+1}}{E_{t+1}L_{t+1}}\right) - \ln\left(\frac{K_t}{E_tL_t}\right)\\
&\mathrm{g}_{\tilde{\mathrm{k}}} = [\ln K_{t+1} - \ln K_t] - [\ln L_{t+1} - \ln L_t] - [\ln E_{t+1} - \ln E_t]\\
&\mathrm{g}_{\tilde{\mathrm{k}}} = [\ln K_{t+1} - \ln L_{t+1} - \ln E_{t+1}] - [\ln K_t - \ln L_t - \ln E_t]
\end{aligned}
$$

On peut donc réecrire $\mathrm{g}_{\tilde{\mathrm{k}}} = g_K - g_L - g_E = \frac{\Delta\tilde{k}}{\tilde{k}} = \frac{\Delta K}{K} - \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta E}{E}$
D'après la loi d'accumulaton du capital, on sait que le stock de capital varie en fonction de l'investissement et de la dépréciation du capital, on peut donc $\Delta\mathrm{K} = \mathrm{I}-\delta\mathrm{K}$

$$
\begin{aligned}
&\frac{\Delta\tilde{\mathrm{k}}}{\tilde{\mathrm{k}}} = \frac{I-\delta K}{K} - n - g\\
&\Delta\tilde{k} = \frac{I}{EL} - \delta\frac{K}{EL} - n\frac{K}{EL} - g\frac{K}{EL}\\
&\Delta\tilde{k} = \tilde{i} - (\delta + n + g)\tilde{k}
\end{aligned}
$$

A l'équilibre sur le marché des Biens et Services on a :

$$
\begin{cases}
Y = C + I\\
Y = S + I
\end{cases}
$$

Ou encore $I = S$. On sait également que l'épargne nationale correspond à une proportion s du revenu national Y, avec s la propension à épargner. On a donc $S = sY$. On peut donc réecrire la dynamique d'accumulation du capital tel que :

$$\Delta\tilde{\mathrm{k}} = \mathrm{sf}(\tilde{\mathrm{k}}) - (\delta + \mathrm{n} + \mathrm{g})\tilde{\mathrm{k}}$$

Comme à l'état stationnaire la variation de stock de capital est nulle $\delta\tilde{k} = 0$ et $\mathrm{sf}(\tilde{\mathrm{k}}^{*}) = (\delta + \mathrm{n} + \mathrm{g})\tilde{\mathrm{k}}^{*}$. A partir de là, il est possible de connaître le capital par travailleur efficace et le revenu par travailleur efficace de l'état stationnaire :

$$\tilde{k}* = \left(\frac{s}{\delta + n + g}\right)^{\frac{1}{1-0.5}} = \left(\frac{s}{\delta + n + g}\right)^{2}$$

$$\tilde{y}* = \tilde{k}^{*0.5}$$

$$\tilde{y}* = \left(\frac{s}{\delta + n + g}\right)$$

Faits stylisés de Kaldor

1. A l'état stationnaire, la variation du stock de capital par travailleur efficace est nulle, donc la croissance du revenu par unité de travail efficace est nulle aussi et on a $g\tilde{y} = 0$
   On sait que $\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{Y_{t+1} - Y_t}{Y_t} = g_Y$, ce qui peut s'écrire $\frac{Y_{t+1}}{Y_t} = 1 + g_Y$. Ceci correspond à $g_Y \cong \ln(Y_{t+1}) - \ln(Y_t)$.

   L'écriture du revenu en forme intensive est de la forme $y = \frac{Y}{L}$ on a donc :

   $$g_y \cong \ln(Y_{t+1}) - \ln(Y_t) - [\ln(L_{t+1}) - \ln(L_t)] \cong g_Y - g_L$$
   $$g_y = g_Y - g_L = (n + g) - n = g$$

   On retrouve bien le premier fait stylisé de Kaldor.

2. De la même manière, on sait qu'à l'état stationnaire, la variation du stock de capital est nulle, donc la croissance du capital par travailleur efficace est nulle également. On a $g_{\tilde{k}} = 0$. On sait également que :

   $$\begin{cases} \mathrm{g}_{\tilde{\mathrm{k}}} = g_K - g_L - g_E \\ \mathrm{g}_{\mathrm{K}} = g_{\tilde{k}} + g_L + g_E = 0 + n + g = n + g \end{cases}$$

   Ceci implique qu'à l'état stationnaire, le capital en niveau croit au taux $n + g$. Par conséquent, comme en forme intensive $k = \frac{K}{L}$, le capital par tête croit au taux :

   $$g_k = g_K - g_L = n + g - n = g$$

   On retrouve le deuxième fait de Kaldor.

3. D'après le théorème d'Euler on sait que $F(K,EL) = PmK.K + PmL.L$, avec

$$\begin{cases} PmK = \frac{\partial \mathrm{F(K_t,E_tL_t)}}{\partial \mathrm{K}} = 0.5\left(\frac{K_t}{E_tL_t}\right)^{-0.5} \\ PmL = \frac{\partial F(K_t,E_tL_t)}{\partial L_t} = (0.5)\left(\frac{K_t}{E_tL_t}\right)^{0.5} E_t \end{cases}$$

On sait également que dans une économie concurrentielle, les facteurs de productions sont rémunérés à leurs productivité marginale. Autrement dit, $PmK = r$ et $PmL = w$. Ce résultat est important parce qu'il implique que lorsque les rendements d'échelles sont constants, la rémunération des facteurs de production épuise la production. D'après cette définition on sait que :

$$\begin{aligned} 0.5\left(\frac{K_t}{E_t.L_t}\right)^{-0.5} &= r \\ 0.5\left(\frac{K_tE_t.L_t}{K_t}\right)^{0.5} &= r \\ \frac{rK}{F(K_t,E_tL_t)} &= 0.5 \end{aligned}$$

Ceci implique que la part de la rémunération du capital dans le revenu national est constante au cours du temps. A partir de cette équation, nous pouvons calculer le taux de croissance du rendement du capital r : $g_r = g_Y - g_K = (n+g)-(n+g) = 0$. On retrouve bien le troisième fait stylisé de Kaldor

4. A l'état stationnaire, Y et K croissent tous deux au taux $(n+g)$, car $g_Y = g_y + g_L = n+g$ et $g_K = g_k + g_L = n+g$ d'après la question 1 et 2. donc leur rapport est toujours égal à 1, donc constant.

5. En reprenant la définition du théorème d'Euler on peut écrire

$$\begin{cases} 0.5\left(\frac{K_t}{E_tL_t}\right)^{-0.5} = r \\ 0.5\left(\frac{K_t}{E_tL_t}\right)^{0.5} E_t = w \end{cases}$$

Et en transformant ces équations on obtient :

$$\begin{cases} \frac{rK}{F(K_t,E_tL_t)} = 0.5 \\ \frac{wL}{F(K_t,E_tL_t)} = 0.5 \end{cases}$$

0.5 étant constant, le capital et le travail se partagent dans un rapport constant le revenu. On retrouve bien le $5^{\text{ème}}$ fait stylisé de Kaldor.

6. Si l'on suppose que l'économie est concurrentielle et que les marchés du travail sont parfaits, alors le travail est rémunéré à sa productivité marginale, $PmL = w$. D'après la question précédente on sait que $\mathrm{w} = \frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{L}}(0.5)$. On peut donc en déduire le taux de croissance de w, tel que $\mathrm{g_w} = g_Y - g_L = n+g-n = g$. On voit alors que les taux de croissance de productivité diffèrent entre les pays en fonction du progrès technique présent dans chaque pays.

   Ou encore, on sait que $0.5\left(\frac{K_t}{E_tL_t}\right)^{0.5} E_t = w$ alors en log linéarisant on a $g_w = g_{\tilde{k}} + g_{E_t} = 0 + g = g$

Question sur le progrès technique

La théorie du déversement a été présentée par Alfred Sauvy dans *la machine et le chômage.* Selon cette théorie, le progrès technique, lorsqu'il est introduit dans un secteur d'activité ou une branche détruit des emplois dans ce secteur, on parle de substitution entre capital et travail : les machines remplacent les hommes. C'est l'effet direct, qui est négatif. A partir des années 1970, on observe une augmentation des inégalités de salaires en défaveur des travailleurs non qualifiés aux Etats-Unis, et une augmentation du taux de chômage des travailleurs non qualifiés en Europe. L'amélioration des NTIC, de l'utilisation des ordinateurs au sein des entreprises a provoqué l'augmentation de la demande de travailleurs qualifiés, complémentaires aux nouvelles technologies. Les progrès technique est alors dit biaisé vers les travailleurs qualifiés et devient source d'inégalité. Le progrès technique peut avoir deux effets :
- Une augmentation de la qualification parce que les nouvelles machines et les nouvelles méthodes de production demandent de nouvelles compétences aux salariés
- Peut être source d'exclusion pour ceux qui ont perdu leur emploi du fait de l'introduction du progrès technique dans un secteur donné.

Néanmoins, la plupart des économistes pensent que le progrès technique est générateur d'emploi. D'abord parce qu'il faut de la main d'IJuvre pour entretenir ces machines, mais aussi parce que si le progrès technique est générateur de nouveaux produits, et donc de nouveaux marchés, la demande de travailleur peut augmenter.