Université Paris Dauphine
Département MIDO-DEMI2E 1
ANNÉE UNIVERSITAIRE 2013-2014
INTRODUCTION A LA MACRO-ECONOMIE
CORRECTION DU CC

On a $Y = F(K, L) = K^{0,5} L^{0,5}$, $n = 0{,}05$, $g = 0$, $s = 0{,}3$, $\delta = 0{,}05$.

1)
Les rendements d'échelle :
$$F(\lambda K, \lambda L) = (\lambda K)^{0,5} (\lambda L)^{0,5} = \lambda^{0,5+0,5} K^{0,5} L^{0,5} = \lambda^1 K^{0,5} L^{0,5} = \lambda Y$$
Les rendements d'échelles sont donc constant car lorsque l'on multiplie les deux facteurs de production par un même scalaire, la production est elle aussi multipliée par ce scalaire.

La forme intensive :
$$\frac{Y}{L} = \frac{F(K, L)}{L} = \frac{K^{0,5} L^{0,5}}{L} = K^{0,5} L^{0,5} L^{-1} = K^{0,5} L^{-0,5} = \left(\frac{K}{L}\right)^{0,5} = k^{0,5}$$
La forme intensive de la fonction de production représente la production par travailleur. Elle ne dépend donc plus que du capital.

2)
PmK :
$$PmK = \frac{\partial Y}{\partial K} = 0{,}5\, K^{-0,5} L^{0,5} = 0{,}5\, k^{-0,5}$$
PmL :
$$PmL = \frac{\partial Y}{\partial L} = 0{,}5\, K^{0,5} L^{-0,5}$$

Rémunération du capital :
$$\frac{PmK \times K}{Y} = \frac{0{,}5\, K^{-0,5} L^{0,5} \times K}{Y} = \frac{0{,}5\, K^{-0,5} L^{0,5} \times K}{K^{0,5} L^{0,5}} = 0{,}5$$

Rémunération du travail :
$$\frac{PmL \times L}{Y} = \frac{0{,}5\, K^{0,5} L^{-0,5} \times L}{Y} = \frac{0{,}5\, K^{0,5} L^{-0,5} \times L}{K^{0,5} L^{0,5}} = 0{,}5$$
Le travail et le capital se partage donc équitablement le revenu.

3)
On est à l'état stationnaire donc $\Delta k = 0$. Puisque l'on a $\Delta k = i - (\delta + n) k$ alors $i_{eq} = (\delta + n) k_{eq}$.
Il y a équilibre sur le marché des biens et services :
la demande (Y) est égale à l'offre (C+I) donc : $Y = C + I$. Les consommateurs utilisent leur revenu de la manière suivante : $Y = C + S$ ce qui donne $C = Y - S$. En remplaçant dans la première équation on obtient : $Y = Y - S + I$ et donc $S = I$. En forme intensive nous obtenons : $i = sf(k)$ quelque soit k. Ainsi :
$sf(k_{eq}) = (\delta + n) k_{eq}$. De plus $f(k) = y = k^{0,5}$, c'est la fonction de production en forme intensive.
Ainsi :

$sk_{eq}^{0,5}=(\delta+n)k_{eq}$ et $\frac{k_{eq}}{k_{eq}^{0,5}}=\frac{s}{(\delta+n)}$

$k_{eq}^{0,5}=\frac{s}{(\delta+n)}$

$k_{eq}=(\frac{s}{(\delta+n)})^2$. Or $n=0{,}05$, $s=0{,}3$ et $\delta=0{,}05$, donc :

$k_{eq}=(\frac{0{,}3}{0{,}05+0{,}05})^2=3^2=9$ et enfin $y_{eq}=k_{eq}^{0,5}=9^{0,5}=3$.

4)
La consommation est toujours $Y=C+S$. Or $I=S$ du fait de l'équilibre sur le marché des biens et services.
Donc $C=Y-I$. Par tête nous obtenons $c=y-i$. Or, à l'état stationnaire $i_{eq}=(\delta+n)k_{eq}$ (puisque $\Delta k=0$ comme vu à la question précédente).
Ainsi $c_{eq}=y_{eq}-(\delta+n)k_{eq}$

5)
On a donc $c_{eq}=y_{eq}-(\delta+n)k_{eq}$. La règle d'or maximise la consommation. Ainsi nous cherchons à égaliser la dérivée de la fonction à zéro.

$\frac{\partial c_{eq}}{\partial k_{eq}}=0{,}5k_{eq}^{-0,5}-(\delta+n)=0$ ainsi $0{,}5k_{eqOr}^{-0,5}=(\delta+n)$ et $k_{eqOr}^{-0,5}=\frac{(\delta+n)}{0{,}5}$

$k_{eqOr}=(\frac{\delta+n}{0{,}5})^{-2}=(\frac{0{,}5}{\delta+n})^2=5^2=25$ et $y_{eqOr}=k_{eqOr}^{0,5}=25^{0,5}=5$. Donc $k_{eq}<k_{eqOr}$, l'économie n'est donc pas au maximum du bien-être de la population. Le capital par tête à l'équilibre ne maximise pas la consommation.

6)
Cherchons s_{eqOr} .
on avait $k_{eq}=(\frac{s}{(\delta+n)})^2$. Nous savons que $k_{eqOr}=25$ et que $n=0{,}05$ et $\delta=0{,}05$.

Donc $25=(\frac{s_{eqOr}}{(0{,}05+0{,}05)})^2$

$25^{\frac{1}{2}}=\frac{s_{eqOr}}{(0{,}05+0{,}05)}$

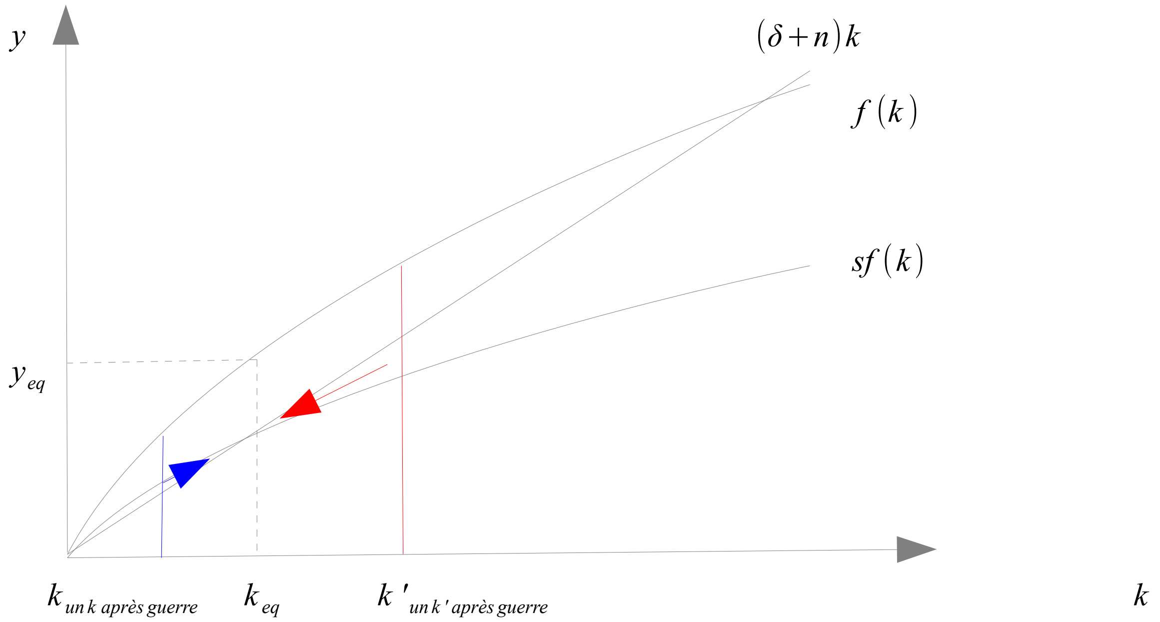
$s_{eqOr}=25^{\frac{1}{2}}\times(0{,}05+0{,}05)=5\times0{,}1=0{,}5$. Pour que l'économie soit à son niveau Or, il faut que le taux d épargne soit de 0,5.

7)
Ainsi, $c_{eqOr}=y_{eqOr}-(\delta+n)k_{eqOr}=25^{0,5}-(0{,}05+0{,}05)25=5-2{,}5=2{,}5$. La consommation de la règle d'or est donc de 2,5.

8)
Peu importe la situation, les variables par tête à l'état stationnaire ne croissent plus. Il n'y a donc plus de croissance.
Par contre, les variables globale peuvent continuer de croître au taux de croissance de la population.
En voici la preuve :
Pendant la dynamique transitoire (c'est-à-dire lorsque l'économie tend vers son état stationnaire), nous avons :

$\frac{\Delta y}{y}=\frac{\Delta Y}{Y}-\frac{\Delta L}{L}-\frac{\Delta E}{E}$, ce qui donne $\frac{\Delta Y}{Y}=\frac{\Delta y}{y}+\frac{\Delta L}{L}+\frac{\Delta E}{E}$ et $g_Y=g_y+g_L+g_E$. Dans notre cas, $g_E=g=0$. Nous nous intéressons à ce qui ce passe à l'état stationnaire, donc $g_y=0$. Ainsi $g_Y=g_L$, le revenu croit au rythme de la population.
De même, $\frac{\Delta k}{k}=\frac{\Delta K}{K}-\frac{\Delta L}{L}-\frac{\Delta E}{E}$ ce qui donne, pour les mêmes raisons : $g_K=g_L$.

9)



La population diminue mais c'est un choc temporaire. L'état stationnaire ne change donc pas. Il y aura seulement un déplacement de k vers la droite car $k=\frac{K}{L}$. La croissance à l'état stationnaire ne change pas : $g_y=0$, $g_Y=g_L$, $g_k=0$ et $g_K=g_L$.
L'existence ou non de croissance transitoire dépend du « point d'arrivé » du nouveau k. En effet, la diminution de L augmentera k. Si k était petit alors il sera déplacé vers la droite, mais pas forcément au-delà de son état stationnaire. Il y aura donc de la croissance, mais elle sera diminuée par rapport au niveau initial.
Par contre, si k est proche de son état stationnaire, alors il y a de grandes chances pour que la diminution de L entraîne k au-delà de son état stationnaire. Il y aura donc une décroissance (comprenez simplement que la dépréciation de certaines machines ne serait pas remplacée faute d'investissement).

10)

si $n=0$ ainsi, l'état stationnaire devient $k_{eq}=(\frac{s}{\delta})^2$ (nous l'avons montré dans la question 6).

Donc $k_{eq}=(\frac{0,5}{0,05})^2=10^2=100$ et $y_{eq}=k_{eq}^{0,5}=100^{0,5}=10$. Maintenant nous avons $g_y=0$, $g_Y=0$, $g_k=0$ et $g_K=0$.
Remarquez que ce niveau d'équilibre ne caractérise pas l'équilibre Or avec un taux de croissance de la population nulle.